

Name of Student : \_\_\_\_\_

Roll No.: \_\_\_\_\_

**MATHEMATICS - XII**  
**(PRE-BOARD – January 2024)**

Time Allowed: 3 hours

Maximum Marks: 80

**सामान्य निर्देश:**

- (i) इस प्रश्न-पत्र में 38 प्रश्न हैं, जो कि चार खण्डों: अ, ब, स, द और ल में बांटे गए हैं :  
**खण्ड 'अ':** इस खण्ड में कुल 20 प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।  
**खण्ड 'ब':** इस खण्ड में 21 से 25 तक कुल 5 प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।  
**खण्ड 'स':** इस खण्ड में 26 से 31 तक कुल 6 प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 3 अंकों का है।  
**खण्ड 'द':** इस खण्ड में 32 से 35 तक कुल 4 प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 5 अंकों का है।  
**खण्ड 'ल':** इस खण्ड में 36 से 38 तक कुल 3 प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 4 अंकों का है।
- (ii) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- (iii) ग्राफ-पेपर को अपनी उत्तर-पुस्तिका के साथ अवश्य नत्थी करें।
- (iv) कैलकुलेटर के प्रयोग की अनुमति नहीं है।

**General Instructions:**

- (i) This question paper consists of 38 questions which are divided into five sections: A, B, C, D and E :  
**Section 'A' :** This section consists of 20 questions. Each question carries 1 mark.  
**Section 'B' :** This section consists of five questions from 21 to 25. Each question carries 2 marks.  
**Section 'C' :** This section consists of six questions from 26 to 31. Each question carries 3 marks.  
**Section 'D' :** This section consists of four questions from 32 to 35. Each question carries 5 marks.  
**Section 'E' :** This section consists of three questions from 36 to 38. Each question carries 4 marks.
- (ii) All questions are compulsory.
- (iii) **ATTACH** the graph-paper along with your answer-book.
- (iv) Use of **CALCULATOR** is not permitted.

**SECTION – A****(1x20=20)**

1. यदि  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  फलन  $f(x) = x^3$  द्वारा परिभाषित है तो सही उत्तर ज्ञात कीजिए।  
 (A)  $f$  एकैकी आच्छादक है। (B)  $f$  बहुएक आच्छादक है।  
 (C)  $f$  एकैकी है किन्तु आच्छादक नहीं है। (D)  $f$  न तो एकैकी है न आच्छादक है।  
 Let  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  be defined as  $f(x) = x^3$ . Chose the correct answer.  
 (A)  $f$  is one – one onto (B)  $f$  is many one onto  
 (C)  $f$  is one – one but not onto (D)  $f$  is neither one – one nor onto
2.  $\operatorname{Cosec}^{-1}(-2)$  का मुख्य मान है  $\frac{-\pi}{4}$ । (सत्य / असत्य) \_\_\_\_\_  
 The principal value of  $\operatorname{Cosec}^{-1}(-2)$  is  $\frac{-\pi}{4}$ . (True / False) \_\_\_\_\_.
3. उपयुक्त कोटि के किन्हीं आव्यूहों A तथा B के लिए :  
 For any matrices A and B of suitable orders we have :  
 (A)  $(AB)^{-1} = A^{-1}B^{-1}$  (B)  $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$   
 (C)  $(AB)^{-1} = A^{-1} + B^{-1}$  (D)  $(A+B)' = A' / B'$

4. यदि  $A = \begin{bmatrix} 1 & \sin \theta & 1 \\ -\sin \theta & 1 & \sin \theta \\ -1 & -\sin \theta & 1 \end{bmatrix}$  जहाँ  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ , तो:
- If  $A = \begin{bmatrix} 1 & \sin \theta & 1 \\ -\sin \theta & 1 & \sin \theta \\ -1 & -\sin \theta & 1 \end{bmatrix}$ , where  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ , then:
- (A)  $\text{Det } A = 0$  (B)  $\text{Det } A \in (2, \infty)$   
 (C)  $\text{Det } A \in (2, 4)$  (D)  $\text{Det } A \in [2, 4]$
5. यदि  $A = \begin{bmatrix} \sin \theta & \cos \theta \\ -\cos \theta & \sin \theta \end{bmatrix}$  तो  $A/A$  ज्ञात कीजिए।
- (A)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  (B)  $\begin{bmatrix} \cos^2 \theta & -\sin^2 \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta \end{bmatrix}$  (C) 1 (D) 0
- If  $A = \begin{bmatrix} \sin \theta & \cos \theta \\ -\cos \theta & \sin \theta \end{bmatrix}$ , then find  $A/A$ .
- (A)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  (B)  $\begin{bmatrix} \cos^2 \theta & -\sin^2 \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta \end{bmatrix}$  (C) 1 (D) 0
6.  $f(x) = \cos(\log x)$  का अवकलज  $x$  के सापेक्ष ज्ञात कीजिए।  
 Find the derivative of  $f(x) = \cos(\log x)$  w.r.t. ' $x$ '.
7. यदि  $x = a(\theta + \sin \theta)$ ,  $y = a(1 - \cos \theta)$  तो  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिए।  
 Find  $\frac{dy}{dx}$  if  $x = a(\theta + \sin \theta)$ ,  $y = a(1 - \cos \theta)$ .
8. समाकलन ज्ञात कीजिए :  $\int \frac{x^3 + 5x^2 - 4}{x^2} dx$  Evaluate the integral :  $\int \frac{x^3 + 5x^2 - 4}{x^2} dx$
- (A)  $\frac{x^2}{2} + 5x + \frac{5}{x} + c$  (B)  $\frac{x^2}{2} + 5x + \frac{4}{x} + c$   
 (C)  $\frac{x^2}{5} + 2x + \frac{4}{x} + c$  (D)  $\frac{x^2}{2} + x + c$
9.  $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} (5x^3 + \sin^3 x) dx$  का मान ज्ञात कीजिए।  
 Find the value of :  $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} (5x^3 + \sin^3 x) dx$ .
10.  $\int \frac{x}{1 + \cos x} dx$  बराबर है:  $\int \frac{x}{1 + \cos x} dx$  equals:
- (A)  $x + \cot(x/2) + c$  (B)  $x + \tan(2x) + c$   
 (C)  $x - \tan(x/2) + c$  (D)  $x + \tan(x/2) + c$
11. निम्नलिखित में से कौन सा समघातीय अवकल समीकरण नहीं है?  
 Which of the following is not a homogenous differential equation?
- (A)  $(x - y) dx + (x + y) dy = 0$  (B)  $(x^2 + y^2) dx + 3xy dy = 0$   
 (C)  $(4x + 6y + 5) dy - (3y + 2x + 4) dx = 0$  (D)  $(x^2 - 2y^2 + xy) dx - x^2 dy = 0$

12. अवकल समीकरण  $\frac{dy}{dx} - \cos x = 0$  की घात 1 है। (सत्य / असत्य) \_\_\_\_\_  
Degree of differential equation  $\frac{dy}{dx} - \cos x = 0$  is 1. (True / False)\_\_\_\_\_.
13. सदिश  $\vec{a} = \hat{i} + 3\hat{j} + 7\hat{k}$  का, सदिश  $\vec{b} = 7\hat{i} - \hat{j} + 8\hat{k}$  पर प्रक्षेप ज्ञात कीजिए।  
Find the projection of the vector  $\vec{a} = \hat{i} + 3\hat{j} + 7\hat{k}$  on the vector  $\vec{b} = 7\hat{i} - \hat{j} + 8\hat{k}$  .  
(A)  $\sqrt{\frac{60}{114}}$  (B)  $\frac{\sqrt{60}}{114}$  (C)  $\frac{10\sqrt{114}}{19}$  (D)  $\frac{10}{19\sqrt{114}}$
14. यदि  $\vec{c} = \lambda\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$  और  $\vec{d} = 2\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k}$  इस तरह हैं कि  $\vec{c}$  ,  $\vec{d}$  पर लंब है, तो  $\lambda$  का मान ज्ञात कीजिए।  
Find the value of  $\lambda$  so that the vectors  $\vec{c} = \lambda\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$  and  $\vec{d} = 2\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k}$  are perpendicular to each other.
15. दो रेखाओं  $\frac{x+3}{3} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+3}{4}$  और  $\frac{x+1}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-5}{2}$  के बीच कोण ज्ञात कीजिए :  
Angle between a pair of lines  $\frac{x+3}{3} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+3}{4}$  and  $\frac{x+1}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-5}{2}$  is :  
(A)  $\cos^{-1}\left(\frac{8\sqrt{3}}{15}\right)$  (B)  $\cos^{-1}\left(\frac{5\sqrt{7}}{15}\right)$  (C)  $\cos^{-1}\left(\frac{15}{8\sqrt{7}}\right)$  (D)  $\cos^{-1}\left(\frac{3\sqrt{8}}{15}\right)$
16. A और B ऐसी घटनाएँ दी गई हैं जहाँ  $P(A) = \frac{1}{3}$  ,  $P(A \cup B) = \frac{5}{6}$  तथा  $P(B) = p$  , p का मान ज्ञात कीजिए यदि घटनाएँ परस्पर अपवर्जी हैं। \_\_\_\_\_  
If A and B are mutually exclusive events such that  $P(A) = \frac{1}{3}$  ,  $P(A \cup B) = \frac{5}{6}$  , then value of p is \_\_\_\_\_.
17. एक पासे को दो बार उछाला गया। दोनों पासों पर एक विषम अभाज्य संख्या आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।  
Find the probability of getting an odd prime number on each die, when a pair of dice is rolled.  
(A)  $\frac{5}{36}$  (B)  $\frac{1}{18}$  (C)  $\frac{1}{4}$  (D)  $\frac{1}{36}$
18. A द्वारा सत्य बोलने की प्रायिकता  $\frac{3}{5}$  है। एक सिक्का उछाला जाता है तथा A बताता है कि चित्त प्रदर्शित हुआ। वास्तविक रूप में चित्त प्रकट होने की प्रायिकता  $\frac{2}{5}$  है। (सत्य/असत्य)  
Probability that A speaks truth is  $\frac{3}{5}$  . A coin is tossed. A reports that a head appears. The probability that actually there was a head is  $\frac{2}{5}$ . (True / False)

**प्रश्न 19 और 20 के लिए दिशा निर्देश:**

अभिकथन(A) के बाद तर्क (R) का कथन है।(a),(b),(c) और (d) में से सही विकल्प चुनें जैसा कि नीचे दिया गया है:

- (a) अभिकथन(A) और तर्क(R) दोनों सही हैं और तर्क अभिकथन की सही व्याख्या करता है।
- (b) अभिकथन(A) और तर्क (R) दोनों सही हैं और तर्क अभिकथन की सही व्याख्या नहीं है।
- (c) अभिकथन सही है, परंतु तर्क गलत है।
- (d) अभिकथन गलत है, परंतु तर्क सही है।

**Directions for questions 19 and 20:**

In question 19 and 20, a statement of assertion (A) is followed by a statement of Reason (R). Choose the correct options from (a) , (b), (c) and (d) as given below:

- a) Both (A) and (R) are true and Reason (R) is the correct explanation of Assertion (A).
- b) Both (A) and (R) are true and Reason (R) is not the correct explanation of Assertion (A).
- c) Assertion (A) is true and Reason (R) is false.
- d) Assertion (A) is false and Reason (R) is true.

19. अभिकथन (A) : समुच्चय  $A = \{1,2,3\}$  और संबंध  $R = \{(1,2)\}$  है। संबंध R पर विचार करें कि R सकर्मक है ।

तर्क (R) : एक संबंध R को सकर्मक कहा जाता है, यदि  $(a, b) \in R$  और  $(b, c) \in R \Rightarrow (a, c) \in R$  , सभी के लिए  $a, b, c \in A$  ।

**Assertion (A)** : Consider the set  $A = \{1,2,3\}$  and the relation  $R = \{(1,2)\}$  the relation R is transitive.

**Reason (R)** : A relation R in a set A is called Transitive , if  $(a,b) \in R$  and  $(b,c) \in R \Rightarrow (a,c) \in R$  , for all  $a, b, c \in A$ .

20. अभिकथन (A) : रेखा  $\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k} + \lambda(\hat{i} - \hat{j})$  और x-अक्ष के बीच का न्यून कोण  $\pi/4$  है।

तर्क (R) : दो रेखाओं  $\vec{r} = x_1\hat{i} + y_1\hat{j} + z_1\hat{k} + \lambda(a_1\hat{i} + b_1\hat{j} + c_1\hat{k})$  और  $\vec{r} = x_2\hat{i} + y_2\hat{j} + z_2\hat{k} + \lambda(a_2\hat{i} + b_2\hat{j} + c_2\hat{k})$  के बीच न्यून कोण है :

$$\cos\theta = \left| \frac{a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2} \sqrt{a_2^2 + b_2^2 + c_2^2}} \right|$$

**Assertion (A)** : The acute angle between the line  $\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k} + \lambda(\hat{i} - \hat{j})$  and the x-axis is  $\pi/4$ .

**Reason (R)** : The acute angle  $\theta$  between the lines  $\vec{r} = x_1\hat{i} + y_1\hat{j} + z_1\hat{k} + \lambda(a_1\hat{i} + b_1\hat{j} + c_1\hat{k})$  and  $\vec{r} = x_2\hat{i} + y_2\hat{j} + z_2\hat{k} + \lambda(a_2\hat{i} + b_2\hat{j} + c_2\hat{k})$  is given by

$$\cos\theta = \left| \frac{a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2} \sqrt{a_2^2 + b_2^2 + c_2^2}} \right|$$

21. मान लीजिए कि  $f: \{2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{3, 4, 5, 9\}$  और  $g: \{3, 4, 5, 9\} \rightarrow \{7, 11, 15\}$  दो फलन इस प्रकार हैं कि  $f(2) = 3, f(3) = 4, f(4) = f(5) = 5$  और  $g(3) = g(4) = 7$  तथा  $g(5) = g(9) = 11$ . तो  $g \circ f$  ज्ञात कीजिए।

Let  $f: \{2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{3, 4, 5, 9\}$  and  $g: \{3, 4, 5, 9\} \rightarrow \{7, 11, 15\}$  be functions defined as  $f(2) = 3, f(3) = 4, f(4) = f(5) = 5$  and  $g(3) = g(4) = 7$  and  $g(5) = g(9) = 11$ . Find  $g \circ f$ .

**OR**

Find the value of :  $\tan^{-1}(\sqrt{3}) + \sin^{-1}\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right) + \cos^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

मान ज्ञात कीजिए :  $\tan^{-1}(\sqrt{3}) + \sin^{-1}\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right) + \cos^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

22. Simplify :  $\cos \theta \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} + \sin \theta \begin{bmatrix} \sin \theta & -\cos \theta \\ \cos \theta & \sin \theta \end{bmatrix}$

सरल कीजिए :  $\cos \theta \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} + \sin \theta \begin{bmatrix} \sin \theta & -\cos \theta \\ \cos \theta & \sin \theta \end{bmatrix}$

23.  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिए यदि  $y = \tan^{-1}\left(\frac{3x-x^3}{1-3x^2}\right), \frac{-1}{\sqrt{3}} < x < \frac{1}{\sqrt{3}}$

Find  $\frac{dy}{dx}$  if  $y = \tan^{-1}\left(\frac{3x-x^3}{1-3x^2}\right), \frac{-1}{\sqrt{3}} < x < \frac{1}{\sqrt{3}}$

24. सत्यापित कीजिए कि दिया हुआ फलन  $y = \sqrt{1+x^2}$  संगत अवकल समीकरण  $(1+x^2)y' = xy$  का हल है या नहीं।

Verify that the function  $y = \sqrt{1+x^2}$  is a solution of the differential equation  $(1+x^2)y' = xy$  or not.

**OR**

अवकल समीकरण का व्यापक हल ज्ञात कीजिए :  $\sec^2 x \tan y \, dx + \sec^2 y \tan x \, dy = 0$

Find the general solution of differential equation :  $\sec^2 x \tan y \, dx + \sec^2 y \tan x \, dy = 0$

25. एक परिवार में दो बच्चे हैं। यदि यह ज्ञात हो कि बच्चों में से कम से कम एक बच्चा लड़का है, तो दोनों बच्चों के लड़का होने की क्या प्रायिकता है ?

A family has two children. What is the probability that both the children are boys given that at least one of them is a boy?

## SECTION – C

(3x6=18)

26. सिद्ध कीजिए कि समस्त त्रिभुजों के समुच्चय A में,  $R = \{(T_1, T_2) : T_1, T_2 \text{ के समरूप हैं} \}$  द्वारा परिभाषित संबंध R एक तुल्यता संबंध है।

Show that the relation R defined in the set A of all triangles as  $R = \{(T_1, T_2) : T_1 \text{ is similar to } T_2\}$ , is an equivalence relation.

OR

निम्नलिखित फलन को सरलतम रूप में लिखिए :  $\tan^{-1} \sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}}, 0 < x < \pi$

Write the following function in simplest form :  $\tan^{-1} \sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}}, 0 < x < \pi$

27. A तथा B आव्यूहों के लिए  $(AB)' = B'A'$  सत्यापित कीजिए जहाँ  $A = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$  और  $B = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 7 \end{bmatrix}$ ।

For the matrices A and B, verify that  $(AB)' = B'A'$  where  $A = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$  and  $B = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 7 \end{bmatrix}$ .

28. निर्धारित कीजिए कि फलन  $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right), & \text{if } x \neq 0 \\ 0, & \text{if } x = 0 \end{cases}$  द्वारा परिभाषित एक संतत फलन है।

Determine if the function f defined by  $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right), & \text{if } x \neq 0 \\ 0, & \text{if } x = 0 \end{cases}$  is a continuous function.

29. वे अंतराल ज्ञात कीजिए जिनमें  $f(x) = 10 - 6x - 2x^2$  द्वारा प्रदत्त फलन 'f'

(a) वर्धमान (b) ह्रासमान है।

Find the intervals in which the function f given by  $f(x) = 10 - 6x - 2x^2$  is

(a) increasing (b) decreasing.

30. समाकलन ज्ञात कीजिए :  $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+2x+2}}$

Evaluate the integral :  $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+2x+2}}$

OR

समाकलन ज्ञात कीजिए :  $\int \tan^{-1} x \, dx$

Evaluate the integral :  $\int \tan^{-1} x \, dx$

31. त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष A (1, 1, 1), B (1, 2, 3) और C (2, 3, 1) हैं।  
Find the area of triangle with vertices A (1, 1, 1), B (1, 2, 3) and C (2, 3, 1).

32. निम्नलिखित समीकरण निकाय को आव्यूह विधि से हल कीजिए।

$$2x + 3y + 3z = 5, \quad x - 2y + z = -4, \quad 3x - y - 2z = 3$$

Solve the system of following equations using matrix method:

$$2x + 3y + 3z = 5, \quad x - 2y + z = -4, \quad 3x - y - 2z = 3$$

33. समाकलन ज्ञात कीजिए :  $\int \left[ \log(\log x) + \frac{1}{(\log x)^2} \right] dx$

Evaluate the integral :  $\int \left[ \log(\log x) + \frac{1}{(\log x)^2} \right] dx$

**OR**

दीर्घवृत्त  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the area enclosed by the ellipse  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ .

34. निम्नलिखित दो रेखाओं के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए:

$$\vec{r} = (1+t)\hat{i} + (2-3t)\hat{j} + (3+2t)\hat{k} \text{ and } \vec{r} = (4+2s)\hat{i} + (5+3s)\hat{j} + (6+s)\hat{k}$$

Find the shortest distance between the lines whose vector equations are :

$$\vec{r} = (1+t)\hat{i} + (2-3t)\hat{j} + (3+2t)\hat{k} \text{ and } \vec{r} = (4+2s)\hat{i} + (5+3s)\hat{j} + (6+s)\hat{k}$$

**OR**

बिंदु  $(1, 2, -4)$  से जाने वाली और दोनों रेखाओं  $\frac{x-8}{3} = \frac{y+19}{-16} = \frac{z-10}{7}$  और  $\frac{x-15}{3} = \frac{y-29}{8} = \frac{z-5}{-5}$  पर लंब रेखा का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the vector equation of the line passing through the point  $(1, 2, -4)$  and perpendicular to the two lines :  $\frac{x-8}{3} = \frac{y+19}{-16} = \frac{z-10}{7}$  and  $\frac{x-15}{3} = \frac{y-29}{8} = \frac{z-5}{-5}$ .

35. एक आलेखीय विधि द्वारा निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को हल कीजिए।

निम्न व्यवरोधों के अंतर्गत

$$x + y \geq 10, \quad x + 3y \leq 60, \quad x \leq y, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0$$

$Z = 3x + 9y$  का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए।

Solve the following linear programming problem graphically:

Minimise  $Z = 3x + 9y$

subject to the constraints:

$$x + y \geq 10, \quad x + 3y \leq 60, \quad x \leq y, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0$$

## SECTION – E

(4x3=12)

### Case Study based questions

36. एक पशु चिकित्सक एक पालतू पशु प्रेमी द्वारा लाई गई बीमार बिल्ली की जांच कर रहा था। जब इसे अस्पताल लाया गया तो यह पहले ही मर चुकी थी। पालतू पशु प्रेमी इसकी मृत्यु का समय जानना चाहता था। उन्होंने रात 11:30 बजे बिल्ली का तापमान लिया जो  $94.6^{\circ}\text{F}$  था। उसने 1 घंटे के बाद फिर से तापमान लिया; तापमान पहले अवलोकन से कम था। यह  $93.4^{\circ}\text{F}$  था। जिस कमरे में बिल्ली को रखा गया था वह हमेशा  $70^{\circ}\text{F}$  पर था। जब बिल्ली जीवित थी तो उसका सामान्य तापमान  $98.6^{\circ}\text{F}$  माना जाता है। डॉक्टर ने न्यूटन के शीतलन नियम का उपयोग करके मृत्यु के समय का अनुमान लगाया जो अंतर समीकरण  $\frac{dT}{dt} \propto (T - 70)$  द्वारा नियंत्रित होता है, जहां  $70^{\circ}\text{F}$  कमरे का तापमान है और  $T$  उस समय वस्तु का तापमान है। समीकरण  $\frac{dT}{dt} = k(T - 70)$  के समाधान में,  $T$  और  $t$  के दो अलग-अलग अवलोकनों को प्रतिस्थापित करते हुए, जहां  $k$  अनुपात का स्थिरांक है, मृत्यु के समय की गणना की जाती है।

**दी गई जानकारी के आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए:-**

- (i) ऊपर दिए गए अंतर समीकरण की घात बताएं।
- (ii) विभेदक समीकरण को हल करने की कौन सी विधि मृत्यु के समय की गणना करने में मदद करती है।
- (iii) यदि तापमान रात्रि 11:30 बजे के 2 घंटे बाद मापा गया था। क्या मृत्यु का समय बदलेगा हाँ या नहीं।
- (iv) अवकल समीकरण का हल ज्ञात कीजिए।

A veterinary doctor was examining a sick cat brought by a pet lover. When it was brought to the hospital it was already dead. The pet lover wanted to find its time of death. He took the temperature of the cat at 11:30 p.m., which was  $94.6^{\circ}\text{F}$ . He took the temperature again after 1 hour; the temperature was lower than the first observation. It was  $93.4^{\circ}\text{F}$ . The room temperature in which the cat was put is always at  $70^{\circ}\text{F}$ . The normal temperature of the cat is taken as  $98.6^{\circ}\text{F}$  when it was alive. The doctor estimated the time of death using Newton law of cooling which is governed by the differential equation  $\frac{dT}{dt} \propto (T - 70)$ , where  $70^{\circ}\text{F}$  is the room temperature and  $T$  is the temperature of the object at the time  $t$ .

Substituting the two different observations of  $T$  and  $t$  made, in the solution of differential equation  $\frac{dT}{dt} = k(T - 70)$ , where  $k$  is constant of proportion, time of death is calculated.

**Using above information answer the following questions:-**

- (i) State the degree of the above given differential equation
- (ii) Which method of solving a differential equation help in calculating time of death
- (iii) If the temperature was measured 2 hours after 11:30 p.m. will the time of death change. YES or NO.
- (iv) Find the solution of differential equation.

37. स्टेडियम में हर साल एक संगीत कार्यक्रम आयोजित किया जाता है। जिसमें 42000 दर्शक बैठ सकते हैं। टिकट की कीमत रु. 10, औसत उपस्थिति 27000 रही है। कुछ वित्तीय विशेषज्ञों का अनुमान है कि टिकट की कीमत फंक्शन  $p(x)=19-x/3000$  द्वारा निर्धारित की जानी चाहिए जहां  $x$  बेची गई टिकटों की संख्या है। उपरोक्त जानकारी के आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

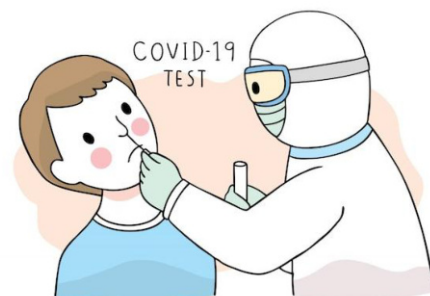
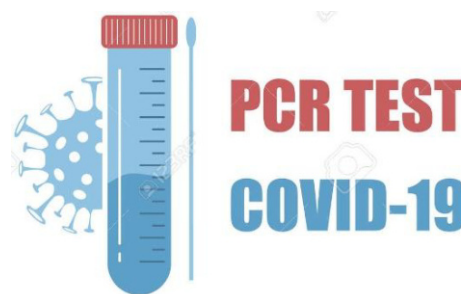


- (i)  $x$  के फलन के रूप में राजस्व,  $R$  को इस प्रकार दर्शाया जा सकता है
- (A)  $19x - (x^2 / 3000)$  (B)  $19 - (x^2/3000)$   
 (C)  $19x - 13000$  (D)  $19x - 3000$
- (ii)  $x$  का परिसर है
- (A)  $[27000, 42000]$  (B)  $[0, 27000]$  (C)  $[0, 42000]$  (D) इनमें से कोई नहीं
- (iii)  $x$  का मान जिसके लिए राजस्व अधिकतम है, है
- (A) 20000 (B) 27000 (C) 28500 (D) 28000
- (iv) जब राजस्व अधिकतम होता है, तो टिकट की कीमत होती है
- (A) रु. 8 (B) रु. 5 (C) रु. 9 (D) रु. 9.5

A concert is organised every year in the stadium that can hold 42000 spectators. With ticket price of Rs. 10, the average attendance has been 27000. Some financial expert estimated that price of a ticket should be determined by the function  $p(x)=19-x/3000$  where  $x$  is the number of tickets sold. Based on the above information, answer the following questions.

- (i) The revenue,  $R$  as a function of  $x$  can be represented as
- (A)  $19x - (x^2 / 3000)$  (B)  $19 - (x^2/3000)$  (C)  $19x - 13000$  (D)  $19x - 3000$
- (ii) The range of  $x$  is
- (A)  $[27000, 42000]$  (B)  $[0, 27000]$  (C)  $[0, 42000]$  (D) none of these
- (iii) The value of  $x$  for which revenue is maximum, is
- (A) 20000 (B) 27000 (C) 28500 (D) 28000
- (iv) When the revenue is maximum, the price of the ticket is
- (A) Rs. 8 (B) Rs. 5 (C) Rs. 9 (D) Rs. 9.5

38. मान लें कि एक कोविड-19 परीक्षण की विश्वसनीयता निम्नलिखित प्रकार से निर्दिष्ट की गई है। कोविड-19 पोजीटिव व्यक्तियों के लिए परीक्षण 90% पता लगाने में और 10% पता न लगाने में सक्षम है। कोविड-19 से स्वतंत्र व्यक्तियों के लिए परीक्षण, 99 सही पता लगाता है यानी कोविड-19 नेगेटिव बताता है जबकि 1% परीक्षित व्यक्तियों के लिए कोविड-19 पोजीटिव बताता है। एक बड़ी जनसंख्या, जिसमें 0.1% व्यक्ति कोविड-19 ग्रस्त है, में से एक व्यक्ति यादृच्छया चुना जाता है और उस का परीक्षण किया जाने पर रोगविज्ञानी कोविड-19 की उपस्थिति बताता है। क्या प्रायिकता है कि वह व्यक्ति वास्तव में कोविड-19 पोजीटिव है?



**उपरोक्त जानकारी के आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए:**

प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि:-

- (I) व्यक्ति का परीक्षण में कोविड-19 पोजीटिव दर्शाना जबकि दिया गया है कि वह वास्तव में कोविड-19 पोजीटिव है।
- (II) व्यक्ति का परीक्षण में कोविड-19 पोजीटिव दर्शाना जब कि दिया गया है कि वह वास्तव में कोविड-19 पोजीटिव नहीं है।
- (III) एक यादृच्छया चुने गए व्यक्ति के वास्तव में कोविड-19 पोजीटिव होने की प्रायिकता जब कि ज्ञात है कि उसका कोविड-19 परीक्षण पोजीटिव है।
- (IV) व्यक्ति के वास्तव में कोविड-19 पोजीटिव होने की।

Suppose that the reliability of a Covid-19 test is specified as follows:

Of people having Covid-19, 90% of the test detect the disease but 10% go undetected. Of people free of HIV, 99% of the test are judged Covid-19+ive but 1% are diagnosed as showing Covid-19+ive. From a large population of which only 0.1% have HIV, one person is selected at random, given the Covid-19 test, and the pathologist reports him/her as Covid-19 +ive. What is the probability that the person actually has Covid-19?

**Using above information answer the following questions :-**

**Find the probability that:-**

- (i) Person tested as Covid-19 +ive given that he/she is actually having Covid-19.
- (ii) Person tested as Covid-19 +ive given that he/she is actually not having Covid-19
- (iii) Person selected at random is actually having Covid-19 given that he/she is tested Covid-19 +ive.
- (iv) Person selected is actually having Covid-19.

\*\*\*\*\*