

BOARD OF SCHOOL EDUCATION HARYANA

MARKING SCHEME

CLASS: 12th (Sr. Secondary)

Practice Paper 2023 – 24

SET – A

गणित

MATHEMATICS

[Hindi and English Medium]

(ACADEMIC / OPEN)

- मार्किंग स्कीम में दिए गए हल केवल एक विधि है इसके अतिरिक्त सब विधियां भी बराबर मान्य होंगी यदि वे गणितीय रूप से सही हैं ।
- The solution methods adopted in the marking scheme are suggestive. Different methods are also acceptable if these are mathematically correct.

Section -A : (1 Mark each)

Question No. प्रश्न क्रमांक	Answer उत्तर	Hints/ Solution संकेत / हल
1.	D	$(-1)^2 = (1)^2 = 1$, so $f(x) = x^2$ is not one-one. Square root (preimage) of any negative number does not exist in R , so $f(x) = x^2$ is not onto. $(-1)^2 = (1)^2 = 1$, अतः $f(x) = x^2$ एकैकी नहीं है/ किसी भी ऋणात्मक संख्या का वर्गमूल (पूर्व प्रतिबिम्ब) R में उपलब्ध नहीं है अतः $f(x) = x^2$ आच्छादक नहीं है
2.	False/असत्य	माना (Let) $\cot^{-1}\left(\frac{-1}{\sqrt{3}}\right) = y$

		$\cot y = \frac{-1}{\sqrt{3}} = -\cot \frac{\pi}{3} = \cot\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) = \cot \frac{2\pi}{3}$
3.	A	दिया है (Given that) : $A' = A, B' = B$ $ \begin{aligned} (AB - BA)' &= (AB)' - (BA)' \\ &= B'A' - A'B' \\ &= BA - AB \\ &= -(AB - BA) \end{aligned} $
4.	C	$ adj A = A ^{n-1}$, यदि (if) $order(A) = n$ इसलिए (So) $ adj A = 4^2 = 16$
5.	D	$ \begin{aligned} Det(A) &= 1(1 + \sin^2 \theta) - \sin \theta(-\sin \theta + \sin \theta) \\ &\quad + 1(\sin^2 \theta + 1) \\ &= 2 + 2\sin^2 \theta \end{aligned} $ अधिकतम मान (Min value) of $\sin^2 \theta = 0$ न्यूनतम मान (Max value) of $\sin^2 \theta = 1$ So $Det(A) \in [2, 4]$
6.	$2x.e^{x^2}$	$f'(x) = 2x.e^{x^2}$
7.	$\frac{2x.e^{x^2}}{-\sin x}$	$\frac{df}{dg} = \frac{\frac{df}{dx}}{\frac{dg}{dx}} = \frac{2x.e^{x^2}}{-\sin x}$
8.	B	$ \begin{aligned} \int \frac{dx}{x^2 + 2x + 1 + 1} &= \int \frac{dx}{(x+1)^2 + 1} \\ &= \tan^{-1}(x+1) + c \end{aligned} $
9.	0	By integral property : $\int_{-a}^a \text{odd function} = 0$ since $\sin^7 x$ is an odd function within given limits. समाकलन गुणधर्म $\int_{-a}^a \text{विषम फलन} = 0$ द्वारा क्योंकि $\sin^7 x$ एक विषम फलन है ।
10.	B	$ \begin{aligned} \int \frac{1 \cdot dx}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x} &= \int \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x} dx \\ \int (\sec^2 x + \csc^2 x) dx &= \tan x - \cot x + c \end{aligned} $

11.	D	$\frac{dy}{dx} = \frac{-y^2}{x^2 - xy - y^2} = f(x, y)$ माना (Let) $x = \lambda x, y = \lambda y$ $f(\lambda x, \lambda y) = \frac{-\lambda^2 x^2}{\lambda^2 x^2 - \lambda x \cdot \lambda y - \lambda^2 y^2} = \lambda^0 f(x, y)$
12.	असत्य /False	Degree not defined since this is not a polynomial equation in y', y'' or y'''. क्योंकि यह समीकरण y', y'' or y''' . में एक बहुपद नहीं है।
13.	D	$ \lambda \vec{a} = 1,$ $ \lambda \vec{a} = 1, a \lambda = 1, a = 1/ \lambda $
14.	असत्य /False	$ \vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \times \vec{b} $ $ \vec{a} \cdot \vec{b} \cos \theta = \vec{a} \cdot \vec{b} \sin \theta$ $\cos \theta = \sin \theta$ $\Rightarrow \theta \neq \frac{\pi}{2}$
15.	$\frac{-9}{11}, \frac{6}{11}, \frac{-2}{11}$	$r = \sqrt{(-18)^2 + (12)^2 + (-4)^2} = 22$ अतः दिक् कोसाइन, So direction cosines $= \frac{-18}{22}, \frac{12}{22}, \frac{-4}{22}$ $= \frac{-9}{11}, \frac{6}{11}, \frac{-2}{11}$
16.	B	यदि घटनाएं A व B परस्पर स्वतंत्र घटनाएं हैं तो A' व B' भी परस्पर स्वतंत्र घटनाएं होंगी अतः $P(A'B') = P(A')P(B')$ $= P[1 - P(A)][1 - P(B)]$ If A and B are independent events then A' and B' will also be independent so : $P(A'B') = P(A')P(B')$ $= P[1 - P(A)][1 - P(B)]$
17.	D	$P(A/B) = P(B/A)$ $\Rightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B \cap A)}{P(A)}$ $\Rightarrow P(A) = P(B)$

18.	असत्य/ False	$P(E) = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{4}{5}}{\frac{1}{2} \times \frac{4}{5} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{5}} = \frac{4}{5}$
19.	C	समांतर रेखाओं के दिक् अनुपात समान नहीं समानुपाती होने अनिवार्य हैं। यहां दिक् अनुपात : $\frac{3}{6} = \frac{2}{4} = \frac{-8}{-16} = \frac{1}{2} \text{ सभी}$ Parallel lines must have direction ratios proportional but not equal necessarily. Here direction ratios are : $\frac{3}{6} = \frac{2}{4} = \frac{-8}{-16} = \frac{1}{2} \text{ all}$
20.	A	(एकैकी फलन) One-one function: If $x_1 \neq x_2$ then $2x_1 \neq 2x_2, \forall x_1, x_2 \in \mathcal{R}$ So f is one-one. (आच्छादक फलन) Onto function : Let $y = 2x$ $x = \frac{y}{2} \in \mathcal{R} \text{ always } \forall x, y \in \mathcal{R}$ Given reason is correct and explains A correctly. दिया गया कारण सही है एवं A की सही व्याख्या करता है ।

खंड - ब

SECTION - B

(2×5=10)

21.	$f(x) = \cos x, g(x) = 3x^2$ $f \circ g(x) = f(g(x)) = f(3x^2) = \cos 3x^2$ $g \circ f(x) = g(f(x)) = g(\cos x) = 3\cos^2 x$ $\Rightarrow g \circ f \neq f \circ g$ अथवा (OR) Using $\cos^{-1} x + \sin^{-1} x = \frac{\pi}{2}$ $\tan^{-1} 1 + \cos^{-1} \left(\frac{-1}{2} \right) + \sin^{-1} \left(\frac{-1}{2} \right)$ $= \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{4}$	1 1 1 1
22.	$A + A' = I$ $\Rightarrow \begin{bmatrix} \cos x & -\sin x \\ \sin x & \cos x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos x & \sin x \\ -\sin x & \cos x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\Rightarrow \begin{bmatrix} 2 \cos x & 0 \\ 0 & 2 \cos x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\Rightarrow 2 \cos x = 1 \Rightarrow \cos x = \frac{1}{2}$ $\Rightarrow x = \frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$
23.	$y = \tan^{-1} \left(\frac{\sin x}{1 + \cos x} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}}{2 \cos^2 \frac{x}{2}} \right)$ $= \tan^{-1} \left(\tan \frac{x}{2} \right)$ $\Rightarrow y = \frac{x}{2}$ $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2}$	1 1

24.	$y = a \cos x + b \sin x$ $\Rightarrow \frac{dy}{dx} = -a \sin x + b \cos x$ $\Rightarrow \frac{d^2x}{dy^2} = -a \cos x - b \sin x$ $\Rightarrow \frac{d^2x}{dy^2} = -y$ $\Rightarrow \frac{d^2x}{dy^2} + y = 0$ अथवा (OR) $\frac{dy}{dx} = \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}$ $\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{2\sin^2 \frac{x}{2}}{2\cos^2 \frac{x}{2}} = \tan^2 \frac{x}{2}$ $\Rightarrow \int dy = \int \tan^2 \frac{x}{2} dx + c$ $\Rightarrow \int dy = \int \left(\sec^2 \frac{x}{2} - 1 \right) dx + c$ $\Rightarrow y = 2 \tan \frac{x}{2} - x + c$	$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ 1 1 1
25.	Let $P(\text{odd number}) = p = \frac{1}{2}$, माना विषम संख्या आने की प्रायिकता $= p = \frac{1}{2}$ then $P(\text{even number}) = q = \frac{1}{2}$ माना सम संख्या आने की प्रायिकता $= q = \frac{1}{2}$ $p(x \geq 1) = 1 - p(x = 0)$ $= 1 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$ $= 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$	$\frac{1}{2}$ 1 $\frac{1}{2}$

	संक्रामकता: $\begin{aligned} \text{माना } L_1, L_2, L_3 \in L \\ \text{तथा } L_1 \parallel L_2, \quad L_2 \parallel L_3 \\ \Rightarrow L_1 \parallel L_2 \parallel L_3 \\ \Rightarrow L_1 \parallel L_3 \end{aligned}$ अतः $\mathcal{R}$ संक्रामक है । अतः $\mathcal{R}$ एक तुल्यता संबंध है। अथवा (OR) माना (Let) $x = a \sin \theta$ $\begin{aligned} \tan^{-1}\left(\frac{x}{\sqrt{a^2 - x^2}}\right) &= \tan^{-1}\left(\frac{a \sin \theta}{\sqrt{a^2 - a^2 \sin^2 \theta}}\right) \\ &= \tan^{-1}\left(\frac{a \sin \theta}{a \sqrt{1 - \sin^2 \theta}}\right) \\ &= \tan^{-1}\left(\frac{\sin \theta}{\cos \theta}\right) \\ &= \tan^{-1}(\tan \theta) \\ &= \theta = \sin^{-1} \frac{x}{a} \end{aligned}$	1 1 1 1
27.	दिया है (Given that): $B = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$ $B' = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -2 & 3 & -2 \\ -4 & 4 & -3 \end{bmatrix}$ $P = \frac{1}{2}(B + B') = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 4 & -3 & -3 \\ -3 & 6 & 2 \\ -3 & 2 & -6 \end{bmatrix}$ $= \begin{bmatrix} 2 & -3/2 & -3/2 \\ -3/2 & 3 & 1 \\ -3/2 & 1 & -3 \end{bmatrix}$	1 1

	$Q = \frac{1}{2}(B - B') = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -1 & -5 \\ 1 & 0 & 6 \\ 5 & -6 & 0 \end{bmatrix}$ $= \begin{bmatrix} 0 & -1/2 & -5/2 \\ 1/2 & 0 & 3 \\ 5/2 & -3 & 0 \end{bmatrix}$ अब (Now) : $P + Q = \begin{bmatrix} 2 & -3/2 & -3/2 \\ -3/2 & 3 & 1 \\ -3/2 & 1 & -3 \end{bmatrix}$ $+ \begin{bmatrix} 0 & -1/2 & -5/2 \\ 1/2 & 0 & 3 \\ 5/2 & -3 & 0 \end{bmatrix}$ $\Rightarrow P + Q = \begin{bmatrix} 2+0 & \frac{-3}{2} + \frac{-1}{2} & \frac{-3}{2} + \frac{-5}{2} \\ \frac{-3}{2} + \frac{1}{2} & 3+0 & 1+3 \\ \frac{-3}{2} + \frac{5}{2} & 1-3 & -3+0 \end{bmatrix}$ $\Rightarrow P + Q = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix} = B$ Where P is a symmetric matrix and Q is a skew symmetric matrix. जहाँ एक P सममित आव्यूह है तथा Q एक विषम सममित आव्यूह है ।	1
28.	At $x = 0$ $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x + 4 \tan x}{x} = \frac{0}{0} \text{ form}$ Applying L'Hospital Rule: L'Hospital नियम का प्रयोग करने पर : $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 + 4 \sec^2 x}{1} = 3 + 4 = 7$ So at $x = 0$ for being continuous function should be redefined as:	$\frac{1}{2}$ 1

	अतः $x = 0$ पर सतत बनाने के लिए फलन $f(x)$ को निम्न प्रकार से पुनर्परिभाषित किया जाना चाहिए : $f(x) = \begin{cases} \frac{3x + 4 \tan x}{x} & ; x \neq 0 \\ 7 & ; x = 0 \end{cases}$ तब Then $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) = 7$ So f is continuous at $x = 0$ अब f अब एक सतत फलन होगा ।	1 $\frac{1}{2}$						
29.	दिया है (Given that): $f(x) = \sin x + \cos x$ $\Rightarrow f'(x) = \cos x - \sin x$ रखिए (Put): $f'(x) = 0$ $\Rightarrow \cos x - \sin x = 0$ $\Rightarrow \cos x = \sin x$ $\Rightarrow x = \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4} ; 0 \leq x \leq 2\pi$ The points $x = \frac{\pi}{4}$ and $x = \frac{5\pi}{4}$ divide the interval $[0, 2\pi]$ Into three disjoint intervals namely : बिंदु $x = \frac{\pi}{4}$ and $x = \frac{5\pi}{4}$ अंतराल $[0, 2\pi]$ को तीन असंयुक्त अंतरालों में बांटते हैं , नामतः $\left[0, \frac{\pi}{4}\right), \left(\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right), \left(\frac{5\pi}{4}, 2\pi\right]$ निष्कर्ष(Conclusion): <table border="1"> <thead> <tr> <th>अंतराल (Interval)</th><th>$f'(x)$ का चिह्न Sign of $f'(x)$</th><th>फलन की प्रकृति Nature of function</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$\left[0, \frac{\pi}{4}\right)$</td><td>$> 0$</td><td>$f$ वर्धमान है</td></tr> </tbody> </table>	अंतराल (Interval)	$f'(x)$ का चिह्न Sign of $f'(x)$	फलन की प्रकृति Nature of function	$\left[0, \frac{\pi}{4}\right)$	> 0	f वर्धमान है	$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$
अंतराल (Interval)	$f'(x)$ का चिह्न Sign of $f'(x)$	फलन की प्रकृति Nature of function						
$\left[0, \frac{\pi}{4}\right)$	> 0	f वर्धमान है						

			f is strictly increasing.	$\frac{1}{2}$
	$\left(\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right)$	< 0	f ह्रासमान है f is strictly decreasing	
	$\left(\frac{5\pi}{4}, 2\pi\right]$	> 0	f वर्धमान है f is strictly increasing	$\frac{1}{2}$
30.	Put $\tan x = y$ रखने पर Differentiating w.r.t. x: x के सापेक्ष अवकलन करने पर : $\sec^2 x \, dx = dy$ $I = \int \frac{\sec^2 x}{\sqrt{\tan^2 x + 4}} dx = \int \frac{dy}{\sqrt{y^2 + 4}}$ $I = \int \frac{dy}{\sqrt{y^2 + (2)^2}}$ सूत्र(formula): $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \log x + \sqrt{x^2 + a^2} + c$ अतः(So): $I = \log y + \sqrt{y^2 + 2^2} + c$ Put $y = \tan x$ $I = \log \tan x + \sqrt{\tan^2 x + 4} + c$ अथवा (OR) Put $x^4 = y$ रखने पर Differentiating w.r.t. x: x के सापेक्ष अवकलन करने पर: $4x^3 \, dx = dy$ $x^3 \, dx = \frac{dy}{4}$			1
				1
				1
				1

	$I = \int \frac{x^3}{\sqrt{1-x^8}} dx = \int \frac{dy}{4\sqrt{1-y^2}}$ Using $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \sin^{-1} \frac{x}{a} + c$ (का उपयोग करते हुए) : then (तब): $I = \frac{1}{4} \sin^{-1} y$ Put $x^4 = y$ रखने पर: $I = \frac{1}{4} \sin^{-1}(x^4) + C$	1 1
31.	$\vec{a} + \vec{b} = (\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}) + (\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}) = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$ $\vec{a} - \vec{b} = (\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}) - (\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}) = -\hat{j} - 2\hat{k}$ अब (Now) $\vec{c} = (\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{a} - \vec{b}) = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & 3 & 4 \\ 0 & -1 & -2 \end{vmatrix}$ $\vec{c} = -2\hat{i} + 4\hat{j} + 2\hat{k}$ $ \vec{c} = 2\sqrt{6}$ $\Rightarrow \hat{c} = \frac{\vec{c}}{ \vec{c} } = \frac{-1}{\sqrt{6}}\hat{i} + \frac{2}{\sqrt{6}}\hat{j} + \frac{1}{\sqrt{6}}\hat{k}$ Then $\hat{c}$ will be perpendicular to $(\vec{a} + \vec{b})$ and $(\vec{a} - \vec{b})$ since $\vec{A} \times \vec{B}$ is always perpendicular to both $\vec{A}$ and $\vec{B}$. अब $\hat{c}$, $(\vec{a} + \vec{b})$ और $(\vec{a} - \vec{b})$ पर एक लम्ब मात्रक सदिश होगा क्योंकि $\vec{A} \times \vec{B}$, $\vec{A}$ और $\vec{B}$ दोनों पर एक लम्ब सदिश होगा।	$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ 1

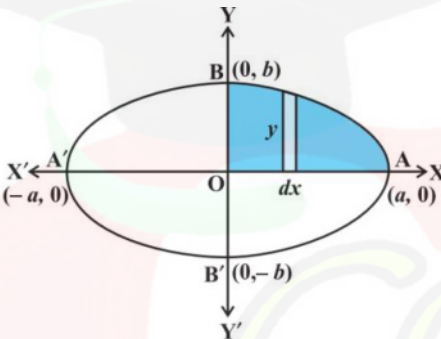
खंड - द

SECTION – D

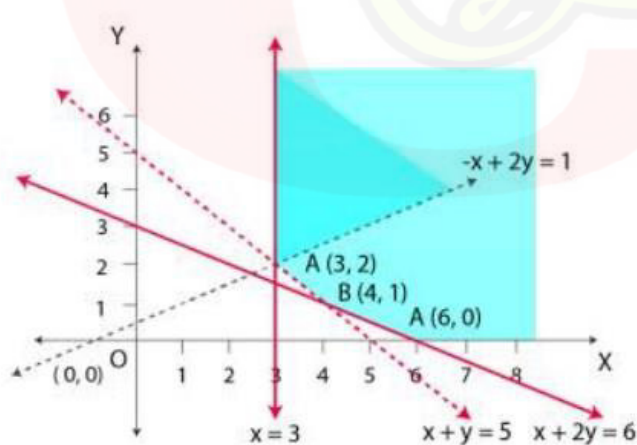
(5×4=20)

32.	Comparing with $AX = B$: $AX = B$ के साथ तुलना करने पर : $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 10 \\ 4 & -6 & 5 \\ 6 & 9 & -20 \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} 1/x \\ 1/y \\ 1/z \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ $ A = 1200 \neq 0$ $\Rightarrow A^{-1} \text{ exists (उपस्थित होगा)}$ Co-factors of A are : A के सहखंडज : $A_{11} = 75, A_{12} = 110, A_{13} = 72$ $A_{21} = 150, A_{22} = -100, A_{23} = 0$ $A_{31} = 75, A_{32} = 30, A_{33} = -24$ $\Rightarrow \text{adj}A = \begin{bmatrix} 75 & 150 & 75 \\ 110 & -100 & 30 \\ 72 & 0 & -24 \end{bmatrix}$ $\Rightarrow A^{-1} = \frac{\text{adj} A}{ A } = \frac{1}{1200} \begin{bmatrix} 75 & 150 & 75 \\ 110 & -100 & 30 \\ 72 & 0 & -24 \end{bmatrix}$ $\Rightarrow X = A^{-1}B = \frac{1}{1200} \begin{bmatrix} 75 & 150 & 75 \\ 110 & -100 & 30 \\ 72 & 0 & -24 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ $\Rightarrow X = \frac{1}{1200} \begin{bmatrix} 300 + 150 + 150 \\ 440 - 100 + 60 \\ 288 + 0 - 48 \end{bmatrix}$ $\Rightarrow X = \frac{1}{1200} \begin{bmatrix} 600 \\ 400 \\ 240 \end{bmatrix}$ $\Rightarrow \begin{bmatrix} 1/x \\ 1/y \\ 1/z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/2 \\ 1/3 \\ 1/5 \end{bmatrix}$ $\Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$
-----	--	---

33.	$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^2 x \, dx}{\cos^2 x + 4\sin^2 x} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^2 x \, dx}{\cos^2 x + 4(1 - \cos^2 x)}$ $\Rightarrow I = \frac{-1}{3} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{-3\cos^2 x \, dx}{\cos^2 x + 4(1 - \cos^2 x)}$ And(और): $\Rightarrow I = \frac{-1}{3} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{(4 - 3\cos^2 x - 4) \, dx}{4 - 3\cos^2 x}$ $\Rightarrow I = \frac{-1}{3} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{(4 - 3\cos^2 x) \, dx}{4 - 3\cos^2 x} + \frac{4}{3} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{4 - 3\cos^2 x}$ $\Rightarrow I = \frac{-1}{3} \int_0^{\frac{\pi}{2}} 1 \cdot dx + \frac{4}{3} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{4 - \frac{3}{\sec^2 x}}$ $\Rightarrow I = \frac{-1}{3} \left[\frac{\pi}{2} - 0 \right] + \frac{4}{3} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sec^2 x \, dx}{4\sec^2 x - 3}$ $\Rightarrow I = \left[\frac{-\pi}{6} \right] + \frac{4}{3} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sec^2 x \, dx}{4(1 + \tan^2 x) - 3}$ $\Rightarrow I = \frac{-\pi}{6} + \frac{2}{3} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{2\sec^2 x \, dx}{1 + 4\tan^2 x}$ Put (रखिए): $2\tan x = t$ $\Rightarrow 2\sec^2 x \, dx = dt$ If (यदि): $x = 0 \Rightarrow t = 0$; $x = \frac{\pi}{2}, t = \infty$ $\Rightarrow I = \frac{-\pi}{6} + \frac{2}{3} \int_0^{\infty} \frac{dt}{1 + t^2}$ $\Rightarrow I = \frac{-\pi}{6} + \frac{2}{3} [\tan^{-1} \infty - \tan^{-1} 0]$ $\Rightarrow I = \frac{-\pi}{6} + \frac{2}{3} \left[\frac{\pi}{2} - 0 \right]$	$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$
-----	--	---

	$\Rightarrow I = \frac{-\pi}{6} + \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{6}$ अथवा (OR) Given ellipse is : दिया गया दीर्घवृत्त : $\frac{x^2}{5^2} + \frac{y^2}{\sqrt{3}^2} = 1$ $\Rightarrow y = \sqrt{3} \cdot \sqrt{1 - \frac{x^2}{5^2}} = \frac{\sqrt{3}}{5} \sqrt{5^2 - x^2}$ आकृति में (in figure) : $a = \pm 5, b = \pm \sqrt{3}$  Required Area (वांछित क्षेत्रफल) $= A = 4 \cdot \int_0^a y \cdot dx$ $A = 4 \int_0^5 \frac{\sqrt{3}}{5} \sqrt{5^2 - x^2} dx = \frac{4\sqrt{3}}{5} \int_0^5 \sqrt{5^2 - x^2} dx$ $\Rightarrow A = \frac{4\sqrt{3}}{5} \left[\frac{x}{2} \sqrt{25 - x^2} + \frac{25}{2} \sin^{-1} \frac{x}{5} \right]_0^5$ $A = \frac{4\sqrt{3}}{5} \left[\frac{25}{2} \times \frac{\pi}{2} \right] = 5\sqrt{3}\pi \text{ square units.}$	1 1 1 1
34.	Here (यहाँ): $\vec{a}_1 = -\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}, \quad \vec{b}_1 = 7\hat{i} - 6\hat{j} + \hat{k}$ $\vec{a}_2 = 3\hat{i} + 5\hat{j} + 7\hat{k}, \quad \vec{b}_2 = \hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ $\vec{a}_2 - \vec{a}_1 = 4\hat{i} + 6\hat{j} + 8\hat{k}$	$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ 1

	$\vec{b}_1 \times \vec{b}_2 = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 7 & -6 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \end{vmatrix} = -4\hat{i} - 6\hat{j} - 8\hat{k}$ $S.D. = \left \frac{(\vec{b}_1 \times \vec{b}_2) \cdot (\vec{a}_2 - \vec{a}_1)}{ \vec{b}_1 \times \vec{b}_2 } \right $ न्यूनतम दूरी (S.D.) $= \left \frac{(-4\hat{i} - 6\hat{j} - 8\hat{k}) \cdot (4\hat{i} + 6\hat{j} + 8\hat{k})}{ \sqrt{16 + 36 + 64} } \right $ $S.D. = \left \frac{116}{\sqrt{116}} \right = \sqrt{116} = 2\sqrt{29} \text{ units}$ अथवा (OR) The vector equation of a line passing through a point with position vector $\vec{a}$ and parallel to a vector $\vec{b}$ is given by : दिए गए बिंदु $\vec{a}$ से जाने वाली तथा दिए गए सदिश $\vec{b}$ के समांतर रेखा का समीकरण: $\vec{r} = \vec{a} + \lambda \vec{b}$ Given that (दिया है): $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k}$ Direction vectors of given two lines : दी हुई दोनों रेखाओं के दिक् सदिश: $\vec{b}_1 = 3\hat{i} - 16\hat{j} + 7\hat{k}$ $\vec{b}_2 = 3\hat{i} + 8\hat{j} - 5\hat{k}$ $\vec{b}_1 \times \vec{b}_2$ will be perpendicular to both $\vec{b}_1$ and $\vec{b}_2$. $\vec{b}_1 \times \vec{b}_2$ दोनों $\vec{b}_1$ और $\vec{b}_2$ के लम्ब सदिश होगा। Now (अब) : $\vec{b}_1 \times \vec{b}_2 = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & -16 & 7 \\ 3 & 8 & -5 \end{vmatrix} = 24\hat{i} + 36\hat{j} + 72\hat{k} = \vec{b}$ So required line is: अतः वांछित रेखा का समीकरण: $\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} + \lambda(24\hat{i} + 36\hat{j} + 72\hat{k})$	1 1 ½ 1 ½ 1 ½ 1 1
--	--	--

	Or $\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} + \lambda(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$																							
35.	Objective function (उद्देश्य फलन) : $Z = -x + 2y$ Given constraints are: दिए गए अवरोध: $x \geq 3, x + y \geq 5, x + 2y \geq 6, y \geq 0$ Consider the system of lines according to given constraints: दिए गए अवरोधों के अनुसार रेखिक समीकरणों का निकाय: $x = 3$<table><tr><td>x</td><td>3</td><td>3</td></tr><tr><td>y</td><td>0</td><td>1</td></tr></table> $x + y = 5$<table><tr><td>x</td><td>5</td><td>0</td></tr><tr><td>y</td><td>0</td><td>5</td></tr></table> $x + 2y = 6$<table><tr><td>x</td><td>6</td><td>0</td></tr><tr><td>y</td><td>0</td><td>3</td></tr></table>  <table><tr><td>Corner Point (शीर्ष बिंदु)</td><td>$Z = -x + 2y$ Z का मान(Value of Z)</td></tr><tr><td>(6,0)</td><td>-6</td></tr></table>	x	3	3	y	0	1	x	5	0	y	0	5	x	6	0	y	0	3	Corner Point (शीर्ष बिंदु)	$Z = -x + 2y$ Z का मान(Value of Z)	(6,0)	-6	$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ 1.5 1
x	3	3																						
y	0	1																						
x	5	0																						
y	0	5																						
x	6	0																						
y	0	3																						
Corner Point (शीर्ष बिंदु)	$Z = -x + 2y$ Z का मान(Value of Z)																							
(6,0)	-6																							

(4,1)	-2
(3,2)	1

Since feasible region is unbounded so we have to graph the inequality $Z > 1$ from which we find that resulting region has points in common with U.F.R.
So Z has no maximum value.

क्योंकि सुसंगत क्षेत्र असीमित है अतः हमें $Z > 1$ का आलेख बनाना होगा जिससे हम ये पाते हैं कि $Z > 1$ का सुसंगत क्षेत्र में कुछ साँझा क्षेत्र भी है अतः Z का कोई भी अधिकतम मान नहीं हो सकता ।

1

खंड - ल

SECTION - E

(4×3=12)

36.	Here (यहां) : $p(x) = 41 - 72x - 18x^2$ $p'(x) = -72 - 36x$ $p''(x) = -36 < 0$ $\Rightarrow p$ will attain maximum value where $p'(x) = 0$ अतः $p'(x) = 0$ पर $p(x)$ का मान अधिकतम होगा। Now(अब) : $p'(x) = 0$ $-72 - 36x = 0$ (a) $\Rightarrow x = -2$ is the point of local maxima. $\Rightarrow x = -2$ स्थानीय उच्चतम का एक बिंदु होगा। Yes ,we can apply second derivative test here since being a polynomial function of second degree $p(x)$ is twice differentiable. हाँ हम यहां द्वितीय अवकलज परीक्षण लगा सकते हैं क्योंकि $p(x)$ एक द्विघात समीकरण होने के कारण दो बार लगातार अवकलनीय है।	1 1 1
-----	---	----------------------------

	(b) Maximum profit (अधिकतम लाभ): $p(-2) = 41 - 72(-2) - 18(-2)^2 = 113$ units	1
37.	दिया हुआ अवकलज समीकरण: Given differential equation is : $\frac{dy}{dx} + 2y = \sin x$ प्रकार (Type) : This is a Linear differential equation of the type : यह निम्न प्रकार का रैखिक अवकलज समीकरण है: $\frac{dy}{dx} + Py = Q, P = P(x), Q = Q(x)$ Where degree = 1, order = 1 जहां घात = 1, कोटि = 1 General solution : व्यापक हल : $I.F. = e^{\int 2 dx} = e^{2x}$ $\Rightarrow y \cdot e^{2x} = \int \sin x \cdot e^{2x} dx + c$ $\Rightarrow y \cdot e^{2x} = I + c$ Now (अब): $I = \int \sin x \cdot e^{2x} dx$ $I = \sin x \cdot \frac{e^{2x}}{2} - \frac{1}{2} \int \cos x \cdot e^{2x} dx$ $I = \sin x \cdot \frac{e^{2x}}{2} - \frac{1}{4} \cos x \cdot e^{2x} - \frac{1}{4} \int \sin x \cdot e^{2x} dx$ $I = \sin x \cdot \frac{e^{2x}}{2} - \frac{1}{4} \cos x \cdot e^{2x} - \frac{1}{4} I$ $I + \frac{1}{4} I = \sin x \cdot \frac{e^{2x}}{2} - \frac{1}{4} \cos x \cdot e^{2x}$ $\frac{5}{4} I = \sin x \cdot \frac{e^{2x}}{2} - \frac{1}{4} \cos x \cdot e^{2x}$	$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$

	(सोमवार, मंगलवार) (मंगलवार, बुधवार) (बुधवार, वीरवार) (वीरवार, शुक्रवार) (शुक्रवार, शनिवार) (शनिवार, रविवार) (रविवार, सोमवार) कुल संभव परिणाम = 7 अनुकूल परिणाम = 2 अतः वर्ष में 53 मंगलवार होने या राम के घड़ी जीतने की प्रायिकता = $\frac{2}{7}$	1 1 1
--	---	----------------------------