रोल नं.
Roll No.

मुद्रित पृष्ठों की संख्या : 8
No. of printed pages : 8

128 **428 (IZV)**

2019
गणित
MATHEMATICS

समय : 3 घण्टे] [पूर्णांक : 100

Time : 3 Hours] [Max. Marks : 100

निर्देश : (i) इस प्रश्न-पत्र में कुल 28 प्रश्न हैं। **सभी** प्रश्न **अनिवार्य** हैं।

(ii) प्रश्न संख्या 1 बहुविकल्पीय प्रश्न है जो छः खण्डों में विभक्त है। प्रत्येक खण्ड एक अंक का है। प्रत्येक खण्ड के उत्तर में चार विकल्प दिये गये हैं। सही विकल्प अपनी उत्तर पुस्तिका में लिखिये।

(iii) प्रश्न संख्या 2 से 5 तक प्रत्येक प्रश्न एक अंक का है। प्रश्न संख्या 6 से 13 तक प्रत्येक प्रश्न दो अंकों का है, प्रश्न संख्या 14 से 21 तक प्रत्येक प्रश्न चार अंकों का है तथा प्रश्न संख्या 22 से 28 तक प्रत्येक प्रश्न छः अंकों का है।

(iv) प्रश्नपत्र में समग्र पर कोई विकल्प नहीं है तथापि 2 अंकों वाले दो प्रश्नों में, 4 अंकों वाले तीन प्रश्नों में और 6 अंकों वाले चार प्रश्नों में आंतरिक विकल्प प्रदान किया गया है। ऐसे प्रश्नों के केवल एक विकल्प का ही उत्तर दीजिए।

(v) कैलकुलेटर का प्रयोग वर्जित है।

Note : (i) There are in all 28 questions in this question paper. **All** questions are **compulsory**.

(ii) Question No. 1 is multiple choice question, divided into six parts. Each part carry one mark. Four options are given in each part of question. Write the correct option in your answer book.

(iii) Question No. 2 to 5 carry one mark each. Question No. 6 to 13 carry two marks each, Question No. 14 to 21 carry four marks each and Question No. 22 to 28 carry six marks each.

(iv) There is no overall choice in question paper, however, an internal choice has been provided in two questions of 2 marks, three questions of 4 marks and four questions of 6 marks. You have to attempt only one of the given choices in such questions.

(v) Use of calculator is not permitted.

Downloaded from cclchapter.com

1. (क) यदि फलन $f : R \to R$ तथा $g : R \to R$ क्रमशः $f(x) = \frac{x}{2}$ एवं $g(x) = 2x$ से परिभाषित हैं, तो $gof(x)$ बराबर है- 1

If functions $f : R \to R$ and $g : R \to R$ are defined by $f(x) = \frac{x}{2}$ and $g(x) = 2x$, then $gof(x)$ is -

(i) x (ii) $2x$ (iii) $4x$ (iv) x^2

(ख) यदि $x > 0$, तो $\tan^{-1}\left(\frac{1}{x}\right)$ का मान होगा - 1

If $x > 0$, then value of $\tan^{-1}\left(\frac{1}{x}\right)$ will be -

(i) $\frac{1}{\tan^{-1}(x)}$ (ii) $\cot^{-1}(x)$ (iii) $\tan x$ (iv) $\cot x$

(ग) एक वृत्त की त्रिज्या $r = 6$ cm पर r के सापेक्ष क्षेत्रफल में परिवर्तन की दर है- 1

The rate of change of the area of a circle with respect to its radius r at r=6cm is-

(i) 10π (ii) 12π (iii) 8π (iv) 11π

(घ) $A=[a_{ij}]_{m\times n}$ एक वर्ग आव्यूह है, यदि - 1

$A=[a_{ij}]_{m\times n}$ is a square matrix, if-

(i) $m < n$ (ii) $m = n$ (iii) $m > n$ (iv) $m^2 = n$

(ङ) अवकल समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2} + 3\frac{dy}{dx} - y = 0$ की कोटि है- 1

The order of the differential equation $\frac{d^2y}{dx^2} + 3\frac{dy}{dx} - y = 0$ is -

(i) 0 (ii) 1 (iii) 2 (iv) 3

(च) समतल $2x-3y+4z-6 = 0$ की मूल बिंदु से दूरी है- 1

Distance of the plane $2x-3y+4z-6 = 0$ from the origin is -

(i) $\frac{6}{\sqrt{29}}$ (ii) 6 (iii) $\sqrt{29}$ (iv) 3

Downloaded from cclchapter.com

2. यदि $y+\sin y = \cos x$ तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए। 1

Find $\frac{dy}{dx}$, if $y+\sin y = \cos x$

3. $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$ का मान ज्ञात कीजिए। 1

Evaluate $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$.

4. यदि $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k}$ और $\vec{b} = 3\hat{i} - 6\hat{j} + 2\hat{k}$ तो $\vec{a} \cdot \vec{b}$ का मान ज्ञात कीजिए। 1

If $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k}$ and $\vec{b} = 3\hat{i} - 6\hat{j} + 2\hat{k}$ then evaluate $\vec{a} \cdot \vec{b}$

5. x–अक्ष की दिक्-कोज्यायें ज्ञात कीजिए। 1

Find the direction-cosines of x-axis.

6. त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष (2, 7), (1, 1) और (10, 8) हैं। 2

Find the area of the triangle whose vertices are (2, 7), (1, 1) and (10, 8).

7. यदि $x = a\cos\theta$, $y = b\sin\theta$ है तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए। 2

Find $\frac{dy}{dx}$, if $x = a\cos\theta$, $y = b\sin\theta$.

8. $x^{\log x}$ का 'x' के सापेक्ष अवकलन कीजिए, जबकि $x > 0$ है। 2

Differentiate $x^{\log x}$ with respect to 'x', when $x > 0$.

9. अंतराल ज्ञात कीजिए जिसमें $f(x) = 2x^3-3x^2-36x+7$ से प्रदत्त फलन f निरंतर ह्रासमान है। 2

Find the interval in which the function f given by $f(x) = 2x^3-3x^2-36x+7$ is strictly decreasing.

10. $\int x \log x \, dx$ ज्ञात कीजिए। 2

Find $\int x \log x \, dx$.

Downloaded from cclchapter.com

11. अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = e^{x+y}$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए। 2

Find the general solution of the differential equation $\frac{dy}{dx} = e^{x+y}$.

12. एक समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी संलग्न भुजायें सदिश $\vec{a} = \hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$ और $\vec{b} = 2\hat{i} - 6\hat{j} + 3\hat{k}$ द्वारा निर्धारित हैं। 2

Find the area of a parallelogram whose adjacent sides are determined by the vectors $\vec{a} = \hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$ and $\vec{b} = 2\hat{i} - 6\hat{j} + 3\hat{k}$.

अथवा (OR)

यदि $\vec{a} = 2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$ और $\vec{b} = 3\hat{i} + 5\hat{j} - 2\hat{k}$ तो $|\vec{a} \times \vec{b}|$ ज्ञात कीजिए।

Find $|\vec{a} \times \vec{b}|$ if $\vec{a} = 2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$ and $\vec{b} = 3\hat{i} + 5\hat{j} - 2\hat{k}$.

13. बिन्दुओं (3,–2,–5) और (3,–2,6) से गुजरने वाली रेखा का कार्तीय समीकरण ज्ञात कीजिए। 2

Find the Cartesian equation of a line passing through the Points (3,–2,–5) and (3,–2,6).

अथवा (OR)

दो समतलों 3x–6y+2z = 7 और 2x+2y–2z = 5 के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।

Find the angle between the two planes 3x–6y+2z = 7 and 2x+2y–2z = 5.

14. समस्त पूर्णांकों के समुच्चय Z में $R = \{(a,b) : a - b$ एक पूर्णांक है$\}$ द्वारा परिभाषित संबंध R का इसकी तुल्यता के लिए परीक्षण कीजिए। 4

Examine for its equivalence, the relation R defined by $R = \{(a,b) : a - b$ is an integer$\}$ in the set Z of all integers.

अथवा (OR)

सिद्ध कीजिए कि समुच्चय N में a∗b=a+b+ab द्वारा परिभाषित द्विआधारी संक्रिया ∗ साहचर्य है।

Prove that the binary operation ∗ defined by a∗b=a+b+ab in the set N is associative.

Downloaded from cclchapter.com

15. समीकरण $\tan^{-1}\left(\frac{1-x}{1+x}\right)=\frac{1}{2}\tan^{-1}x,(x>0)$ को हल कीजिए। 4

Solve the equation $\tan^{-1}\left(\frac{1-x}{1+x}\right)=\frac{1}{2}\tan^{-1}x,(x>0)$.

16. यदि $a \neq 0$ हो, तो समीकरण $\begin{vmatrix} x+a & x & x \\ x & x+a & x \\ x & x & x+a \end{vmatrix}=0$ को हल कीजिए। 4

If $a \neq 0$, then solve the equation $\begin{vmatrix} x+a & x & x \\ x & x+a & x \\ x & x & x+a \end{vmatrix}=0$.

17. a और b के बीच वह संबंध ज्ञात कीजिए जिसके लिए $f(x)=\begin{cases} ax+1, \text{ यदि } x \le 3 \\ bx+3, \text{ यदि } x>3 \end{cases}$ द्वारा परिभाषित फलन f, x = 3 पर संतत है। 4

Find the relationship between a and b so that the function f defined by $f(x)=\begin{cases} ax+1, & \text{if } x \le 3 \\ bx+3, & \text{if } x>3 \end{cases}$ is continuous at x = 3.

अथवा (OR)

रोले का प्रमेय लिखिये तथा अंतराल [−4, 2] में फलन $f(x) = x^2+2x-8$ के लिए इसे सत्यापित कीजिए।

Write Rolle's Theorem and verify it for the function $f(x) = x^2+2x-8$ in the interval [−4, 2].

18. फलन $\frac{1}{x^2-6x+34}$ का x के सापेक्ष समाकलन कीजिए। 4

Integrate the function $\frac{1}{x^2-6x+34}$ with respect to x.

अथवा (OR)

योगफल की सीमा के रूप में $\int_2^3 x^2dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

Evaluate $\int_2^3 x^2dx$ as the limit of a sum.

Downloaded from cclchapter.com

19. सिद्ध कीजिए कि $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1+\cos^2 x} dx = \frac{\pi^2}{4}$ 4

Prove that $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1+\cos^2 x} dx = \frac{\pi^2}{4}$

20. दर्शाइए कि बिंदु $P(-2\hat{i}+3\hat{j}+5\hat{k})$, $Q(\hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k})$ और $R(7\hat{i}-\hat{k})$ संरेख हैं। 4

Show that the points $P(-2\hat{i}+3\hat{j}+5\hat{k})$, $Q(\hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k})$ and $R(7\hat{i}-\hat{k})$ are collinear.

21. एक बहु-विकल्पीय परीक्षा में 5 प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक के तीन संभावित उत्तर हैं। इसकी क्या प्रायिकता है कि एक विद्यार्थी केवल अनुमान लगाकर चार या अधिक प्रश्नों के सही उत्तर दे देगा? 4

On a multiple choice examination with three possible answers for each of the five questions, what is the probability that a candidate would get four or more correct answers just by guessing?

22. प्रारंभिक संक्रियाओं के प्रयोग से निम्नांकित आव्यूह का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए : 6

Determine the inverse of the following matrix using elementary operations :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 5 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

23. शत्रु का एक अपाचे हेलिकॉप्टर वक्र $y = x^2+7$ के अनुदिश प्रदत्त पथ पर उड़ रहा है। बिंदु (3,7) पर स्थित एक सैनिक अपनी स्थिति से न्यूनतम दूरी पर उस हेलिकॉप्टर को गोली मारना चाहता है। न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए। 6

An Apache helicopter of enemy is flying along the curve given by $y = x^2+7$. A soldier, placed at (3,7), wants to shoot down the helicopter when it is nearest to him. Find the nearest distance.

अथवा (OR)

परवलय $y^2 = 4ax$ के बिंदु $(at^2, 2at)$ पर स्पर्श रेखा और अभिलम्ब के समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equations of the tangent and normal to the parabola $y^2 = 4ax$ at the point $(at^2, 2at)$.

Downloaded from cclchapter.com

24. परवलय $y^2=4ax$ एवं रेखा $y=mx$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 6

Find the area bounded by the parabola $y^2=4ax$ and the line $y=mx$.

25. दर्शाइए कि अवकल समीकरण $(x^2-y^2)\,dx + 2xy\,dy=0$ समघातीय है और इसे हल कीजिए। 6

Show that the differential equation $(x^2-y^2)\,dx + 2xy\,dy=0$ is homogeneous and solve it.

अथवा (OR)

अवकल समीकरण $x\frac{dy}{dx}+2y=x^2, (x \neq 0)$ का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, दिया हुआ है कि $y=0$ जबकि $x=1$

Find the particular solution of the differential equation $x\frac{dy}{dx}+2y=x^2, (x \neq 0)$, given that $y=0$ when $x=1$.

26. उस बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जहाँ बिन्दुओं (5,1,6) और (2,4,3) को मिलाने वाली रेखा ZX-तल को काटती है। 6

Find the co-ordinates of the point where the line joining the points (5,1,6) and (2,4,3) intersects the plane ZX.

अथवा (OR)

तलों $x+y+z=1$ और $2x+3y+4z=5$ के प्रतिच्छेदन रेखा से होकर जाने वाले तथा तल $x-y+z=0$ पर लंबवत् तल का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of the plane through the line of intersection of the planes $x+y+z=1$ and $2x+3y+4z=5$ which is perpendicular to the plane $x-y+z=0$

27. एक व्यक्ति द्वारा सत्य बोलने की प्रायिकता $\frac{4}{5}$ है। एक सिक्का उछाला जाता है और यह व्यक्ति बताता है कि चित प्रकट हुआ है। वास्तव में चित प्रकट होने की प्रायिकता क्या है? 6

The probability that a person speaks truth is $\frac{4}{5}$. A coin is tossed and this person tells that the head has appeared. What is the probability that the head has actually appeared?

अथवा (OR)

Downloaded from cclchapter.com

पासों के एक जोड़े को तीन बार उछालने पर प्राप्त द्विकों की संख्या का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए।

Find the probability distribution of number of doublets obtained in three tosses of a pair of dice.

28. आलेखीय विधि से निम्नांकित रैखिक प्रोग्रामन समस्या को हल कीजिए :

व्यवरोधों -

$$x + 3y \le 60$$
$$x + y \ge 10$$
$$x \le y$$
$$x \ge 0, \quad y \ge 0$$

के अंतर्गत Z=3x+9y का न्यूनतम और अधिकतम मान ज्ञात कीजिए। 6

Solve the following linear programming problem graphically :

Find the minimum and maximum value of Z=3x+9y subject to the constraints -

$$x + 3y \le 60$$
$$x + y \ge 10$$
$$x \le y$$
$$x \ge 0, \quad y \ge 0$$

*****

Downloaded from cclchapter.com